

二阶动力学系统的输出反馈模型跟踪

黄玲¹, 尤波¹, 段广仁², 于成彪¹

(1. 哈尔滨理工大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150080;

2 哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 采用完全参数化的方法对二阶动力学系统基于输出反馈的模型跟踪进行设计. 目标是使被控对象的输出渐近跟踪参考模型的输出, 给出了控制器的存在条件, 控制器的形式, 同时基于一类二阶 Sylvester 矩阵方程的完全参数化解, 将控制器的增益矩阵进行了完全的参数化. 其参数化表达式中含有两组自由参数向量, 为满足对系统性能的其他要求提供了可能. 该参数化表达式直接利用原系统参数数据, 仅包含 n 维矩阵变换.

关键词: 二阶动力学系统; 模型跟踪; 输出反馈; 参数化方法

中图分类号: TP13 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2683(2010)04-0098-04

Model Tracking Control in Second-order Dynamical Systems by Output Feedback

HUANG Ling¹, YOU Bo¹, DUAN Guang-ren², YU Cheng-biao¹

(1. School of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China;

2. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: In this paper we investigated for the model tracking control by a complete parametric solution based on output feedback controllers in second-order dynamical systems in the paper. To track the outputs of the reference model asymptotically by the outputs of the controlled system, existing conditions and the form of the output feedback controller are induced, and the gain matrix of the controller is completely parameterized based on the parametric solution for a class of second-order Sylvester matrix equations. Moreover, the two free parametric vectors included in the expression offer the possibilities of satisfying other performance specifications. The approach uses the original system data directly and calculates only on n -dimensional matrices.

Key words: second-order dynamic systems; model tracking; output feedback; parametrization

0 引言

模型参考控制是控制系统设计的一个重要方向, 正如文 [1] 所说, 在控制领域中大量存在对参考模型(又称指令发生器、预定的轨迹)输出信号跟踪

问题, 飞机沿着一条理想的近似于指数曲线着陆, 雷达天线跟踪一个运动着的飞行器都是这方面的典型例子.

二阶系统被广泛应用于描述机械振动、机器人及空间飞行器的运动, 但很长一段时间二阶系统并没有成为一个独立的研究对象, 而是作为增广一阶

收稿日期: 2009-09-08

基金项目: 哈尔滨理工大学青年科学研究基金项目(2008XQJZ020)

作者简介: 黄玲(1975—), 女, 博士后, E-mail: huangling@hubust.edu.cn;

尤波(1962—), 男, 教授, 博士生导师.

系统对待,采用一阶系统的研究方法对其进行讨论.随着对二阶系统结构的认识,学者们发现增广一阶系统破坏了二阶系统原有结构的特殊性,同时在物理实现上也带来了困难,于是引起了对二阶系统研究的广泛关注^[2-3].

本文利用输出反馈来实现线性二阶动力学系统对于参考模型输出的渐近跟踪.控制律是由被控对象输出和参考模型输出组成,其实现两方面的功能,一方面利用被控对象的输出来镇定被控对象,另一方面利用参考模型的输出来实现渐近跟踪误差的消除.

1 问题描述

考虑如下的二阶动力学系统

$$\begin{cases} M\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = Bu \\ y = C_0x + C_1\dot{x} \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$ 和 $y \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态向量、输入和输出向量 $M, D, K \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $C_0, C_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为系统矩阵,满足下述假设.

假设 1: $\det(M) \neq 0$, $\text{rank}(B) = r$.

给定参考模型系统:

$$\begin{cases} \ddot{x}_m + D_m\dot{x}_m + K_mx_m = 0 \\ y_m = C_{m0}x_m + C_{m1}\dot{x}_m \end{cases} \quad (2)$$

其中 $x_m \in \mathbb{R}^p$ 为参考模型的状态向量, $D_m, K_m \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $C_{m0}, C_{m1} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ 为已知的系统矩阵.

本文的目的是为二阶动力学系统(1)设计一个控制律,使得闭环系统的输出 $y(t)$ 渐近跟踪给定的参考模型输出信号 $y_m(t)$, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_m(t)] = 0 \quad (3)$$

2 控制器设计

被控对象(1)可以增广成如下的一阶系统形式:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_e z + B_e u \\ y = C_e z \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} z = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}, A_e = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \\ B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{bmatrix}, C_e = [C_0 \quad C_1] \end{cases} \quad (5)$$

同样的参考模型系统(2)也能够增广为一阶状

态空间的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_m = A_{me} z_m \\ y_m = C_{me} z_m \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$z_m = \begin{bmatrix} x_m \\ \dot{x}_m \end{bmatrix}, A_{me} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_m & -D_m \end{bmatrix}, C_{me} = [C_{m0} \quad C_{m1}] \quad (7)$$

既然参考模型通常是已经选择的“好系统”,不失一般性这里假设系统矩阵 A_{me} 是非亏损的,对矩阵 A_{me} 进行若当分解可得

$$A_{me} = V_{me} \Lambda_m V_{me}^{-1} \quad (8)$$

其中:

$$V_{me} = \begin{bmatrix} V_m \\ V'_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{m1} & v_{m2} & \cdots & v_{m(2p)} \\ v'_{m1} & v'_{m2} & \cdots & v'_{m(2p)} \end{bmatrix}$$

和

$$\Lambda_m = \text{diag}(s_{m1}, s_{m2}, \cdots, s_{m(2p)})$$

分别为矩阵 A_{me} 的特征向量矩阵和特征值矩阵.

定义 1 如果控制律 $u = F_o y$ 能够镇定系统(1),则称系统(1)能够通过输出反馈镇定,而 F_o 称为输出反馈镇定器的增益.

设 $F_o \in \mathbb{R}^{r \times m}$ 为镇定系统的任意输出反馈增益阵, $\tilde{G}_o \in \mathbb{R}^{n \times 2p}$ 和 $\tilde{H}_o \in \mathbb{R}^{r \times 2p}$ 为满足下面两个方程的实数阵:

$$M\tilde{G}_o V_{me} \Lambda_m^2 + D\tilde{G}_o V_{me} \Lambda_m + K\tilde{G}_o V_{me} - B\tilde{H}_o V_{me} = 0 \quad (9)$$

$$C_0 \tilde{G}_o V_{me} + C_1 \tilde{G}_o V_{me} \Lambda_m - C_{me} V_{me} = 0 \quad (10)$$

其中

$$\tilde{G}_o = G_o C_{me}, \tilde{H}_o = H_o C_{me} \quad (11)$$

则有下列定理.

定理 1 给定二阶动力学系统(1)和参考模型(2),设 $F_o \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 为镇定系统(1)的输出反馈增益阵, G_o 和 H_o 为满足方程(9)~(11)的矩阵,则当控制律

$$u = u_s + u_c$$

其中:

$$u_s = F_o y, u_c = (H_o - F_o) y_m \quad (12)$$

应用到系统(1)时,闭环系统的输出满足渐近跟踪条件(3).

证明: 采用参考模型输出直接前馈的概念,令

$$z = \delta z + G_{oe} y_m, u = \delta u + H_o y_m \quad (13)$$

式中: G_{oe} 和 H_o 分别为要确定的 $2p \times m$ 维和 $r \times m$ 维实常数矩阵使得

$$\delta y = y - y_m$$

趋近于零.

利用式(4)和式(6),并注意到式(13)可得

$$\delta \dot{z} = A_e \delta z + B_e \delta u + (A_e G_{oe} C_{me} + B_e H_o C_{me} - G_{oe} C_{me} A_{me}) z_m \quad (14)$$

$$\delta y = C_e \delta z + (C_e G_{oe} C_{me} - C_{me}) z_m \quad (15)$$

容易看出,当

$$A_e G_{oe} C_{me} + B_e H_o C_{me} - G_{oe} C_{me} A_{me} = 0 \quad (16)$$

$$C_e G_{oe} C_{me} - C_{me} = 0 \quad (17)$$

成立时,式(14)和(15)可描述为误差系统

$$\begin{cases} \delta \dot{z} = A_e \delta z + B_e \delta u \\ \delta y = C_e \delta z \end{cases}$$

的形式. 这样如果控制律

$$u = F_o y$$

能够镇定系统(1)或(4)~(5),则控制律

$$\delta u = F_o \delta y \quad (18)$$

也能够镇定误差系统,即系统

$$\begin{cases} \delta \dot{z} = (A_e + B_e F_o C_{me}) \delta z \\ \delta y = C_e \delta z \end{cases}$$

是渐近稳定的,从而渐近跟踪条件(3)满足. 式(16)和(17)可以用被控对象的参数来表示. 令

$$G_{oe} = \begin{bmatrix} G_o \\ G_o' \end{bmatrix}$$

再将 A_e, B_e 代入等式(16)并将之分解可得:

$$G_o' C_{me} = G_o C_{me} A_{me} \quad (19)$$

$$-M^{-1} K G_o C_{me} - M^{-1} D G_o C_{me} + M^{-1} B H_o C_{me} - G_o C_{me} A_{me} = 0 \quad (20)$$

将式(19)代入式(20)并整理可得:

$$M G_o C_{me} A_{me} + D G_o C_{me} A_{me} + K G_o C_{me} - B H_o C_{me} = 0$$

考虑到式(8),上式可整理为

$$M G_o C_{me} V_{me} A_m^2 + D G_o C_{me} V_{me} A_m + K G_o C_{me} V_{me} - B H_o C_{me} V_{me} = 0 \quad (21)$$

同样的,式(17)可整理为

$$C_0 G_o C_{me} V_{me} + C_1 G_o C_{me} V_{me} A_m - C_{me} V_{me} = 0 \quad (22)$$

注意到式(11),则式(21)和式(22)可转化为式(9)和式(10).

根据式(13),易知控制律式(18)等价于

$$u = F_o y + (H_o - F_o) y_m$$

这样就可得出结论.

3 控制器的参数化形式

在这一部分将给出控制器的完全参数形式. 这相当于求取矩阵 F_o, G_o, H_o 的完全参数形式,文[6]研究了二阶动力学系统基于输出反馈的特征结构配

置的参数化方法,给出了输出反馈增益阵的完全参数化形式. 这样只需给出 G_o, H_o 的完全参数化形式,也就是要求满足式(9)~(11)的 G_o, H_o 的完全参数形式.

根据文[6]中的定理3易知满足式(9)的 $\tilde{G}_o$ 和 $\tilde{H}_o$ 可表示为

$$\tilde{G}_o = [N(s_{m1})f_1 \quad N(s_{m2})f_2 \quad \cdots \quad N(s_{m(2p)})f_{2p}] V_{me}^{-1} \quad (23)$$

$$\tilde{H}_o = [D(s_{m1})f_1 \quad D(s_{m2})f_2 \quad \cdots \quad D(s_{m(2p)})f_{2p}] V_{me}^{-1} \quad (24)$$

其中, $N(s) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $D(s) \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 为满足有理右既约分解

$$(s^2 M + sD + K)^{-1} B = N(s) D^{-1}(s) \quad (25)$$

的多项式矩阵.

根据线性方程的理论可知,式(11)关于 G_o 和 H_o 有解的充要条件是

$$\text{rank}(C_{me}) = \text{rank} \begin{bmatrix} C_{me} \\ \tilde{G}_o \end{bmatrix} \quad (26)$$

和

$$\text{rank}(C_{me}) = \text{rank} \begin{bmatrix} C_{me} \\ \tilde{H}_o \end{bmatrix} \quad (27)$$

成立. 考虑到(23)和(24),式(11)有解时 G_o 和 H_o 可表示为

$$G_o = [N(s_{m1})f_1 \quad N(s_{m2})f_2 \quad \cdots \quad N(s_{m(2p)})f_{2p}] \times V_{me}^{-1}(C_{me})^T [C_{me}] \times (C_{me})^T]^{-1} \quad (28)$$

和

$$H_o = [D(s_{m1})f_1 \quad D(s_{m2})f_2 \quad \cdots \quad D(s_{m(2p)})f_{2p}] \times V_{me}^{-1}(C_{me})^T [C_{me}] \times (C_{me})^T]^{-1} \quad (29)$$

考虑到式(23),式(10)可表示为

$$[C_0 N(s_{mi}) + s_{mi} C_1 N(s_{mi})] f_i = C_{me} v_{mei}, \quad i = 1, 2, \cdots, 2p \quad (30)$$

根据上面的论述,得到以下结论.

定理2 设系统(1)是可控的,多项式矩阵 $N(s) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ 和 $D(s) \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 满足有理右既约分解式(25),则

1) 联立矩阵方程(9)~(11)关于 G_o 和 H_o 有解的充要条件是式(26)、式(27)和下式成立.

$$\text{rank}(\Phi_i) = \text{rank} [\Phi_i \quad T_i], \quad i = 1, 2, \cdots, 2p \quad (31)$$

其中

$$\Phi_i = C_0 N(s_{mi}) + s_{mi} C_1 N(s_{mi}), \quad T_i = C_{me} v_{mei}, \quad i = 1, 2, \cdots, 2p$$

2) 当式(26)、(27)和(31)成立时,一切满足矩阵方程(9)~(11)的实矩阵 G_o 和 H_o 的全体是由

(28) 和 (29) 给出. 其中 $f_i \in C^r, i = 1, 2, \dots, 2p$ 满足 (26), (27) 和下述约束

约束 1: 当 $s_i = \bar{s}_j$ 时, $f_i = \bar{f}_j$;

约束 2: $\Phi_i f_i = T_i, i = 1, 2, \dots, 2p$.

需要说明的是,本文的控制器有三个方面的约束,第一是基于输出反馈的控制器要存在,其次式 (26) ~ (27) 要满足,最后式 (31) 要满足,这将限制其实际应用,也很难给出具体的数值算例.

4 结 语

本文针对被控对象和参考模型的状态不可得的情况,讨论了二阶动力学系统基于输出反馈的模型跟踪问题. 提出了控制器的形式,推导出了控制器的存在条件,同时将控制器的增益矩阵进行了完全的参数化.

参 考 文 献:

- [1] 杨 涤,冯文剑,吴瑶华. 用前馈加反馈控制实现输出跟踪[J]. 宇航学报,1990(1):84-90.

- [2] DIWEKAR A M, YEDAVALLI R K. Stability of Matrix Second-order Systems: new Conditions and Perspectives [J]. IEEE Trans, Automatic Control, 1999, 44: 1773-1777.
- [3] DATTA B N, Rincon F. Feedback Stabilisation of a Second-order System: A Nonmodal Approach [J]. Linear Algebra Applications, 1993(2):135-161.
- [4] DUAN G R, LIU G P. Complete Parametric Approach for Eigenstructure Assignment in a Class of Second-order Linear Systems [J]. Automatica, 2002, 38: 725-729.
- [5] 王国胜,段广仁,二阶动力学系统输出反馈特征结构配置[J]. 系统工程与电子技术,2004,26:1080-1083,1144.
- [6] DUAN G R, HUANG L. Robust Pole Assignment in Descriptor Second-order Linear Systems Via State Feedback [J]. 自动化学报,2007,33(13):888-892.
- [7] DUAN G R, HUANG L. Robust Model Following Control for a Class of Second-order Dynamical Systems Subject to Parameter Uncertainties [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2008, 30(2):115-142.
- [8] HUANG L, DUAN G R. Asymptotically tracking in matrix second-order dynamical system framework [C] //The Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2005(2):1285-1289.

(编辑:王 萍)

(上接第97页)

- [4] 王志刚,刘文清,张玉钧,等. 三维荧光光谱法分类测量水体浮游植物浓度 [J]. 中国环境科学,2008,28(2):136-141.
- [5] 郝瑞霞,曹可心,邓亦文. 三维荧光光谱法表征污水中溶解性有机污染物 [J]. 分析实验室,2007(10):41-44.
- [6] 陈成法. 差分吸收光谱法烟气在线监测技术 [J]. 天津:天津大学,2007.
- [7] 何红蓼,胡明月,巩爱华,等. 碘化物升华分离-电感耦合等离子体光谱法测定土壤和沉积物中砷、锑、铋、镉、锡 [J]. 光谱学与光谱分析,2008,28(3):663-666.
- [8] 赵华夏,焦向东. 利用电弧光谱对 TIG 焊接电弧弧长的检测 [J]. 上海交通大学学报,2008,42(增刊):119-121.
- [9] 杨晓红,宋永伦,胡坤平. 交流 TIG 电弧过零时段的时间-能量分布特征 [J]. 焊接学报,2009,30(2):21-24.
- [10] 沈 岩. 低功率水电弧加热发动机的实验研究 [J]. 京:清华大学,2004.
- [11] 沈 岩,赵文华,石 泳,等. 发射光谱测量电弧加热发动机

- 羽流温度 [J]. 推进技术,2005,26:23-37.
- [12] RUYTEN W M, BURTNER D, KEEFER D. Spectroscopic Investigation of a low Power Arcjet Plume [J]. Monterey: AIAA,1993.
- [13] STORM P V, CAPPELI M A. High Spectral Resolution Emission Study Of A Low Power Hydrogen Arcjet Plume [J]. San Diego: AIAA,1995.
- [14] 屠 昕,陆胜勇,严建华,等. 大气直流氩等离子体光谱诊断研究 [J]. 光谱学与光谱分析,2006,26(10):1785-1789.
- [15] 张 锐,黄碧霞,何友昭. 原子光谱分析 [M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1991.
- [16] 金佑民,樊友三. 低温等离子体物理基础 [M]. 北京:清华大学出版社,1983.
- [17] 辛仁轩. 等离子体发射光谱分析 [M]. 北京:化学工业出版社,2004.

(编辑:付长缨)